

Foredrag for skolebørn om min bog Matematikbog på BogForum 2023

Allan.Tarp@gmail.com, november 2023.

Velkommen alle sammen. Vi skal nu tale om det fag, der hedder matematik. Vi skal i fællesskab på en lille rejse, hvor vi kan se matematikken blive genfortryllet.

Nogen kan godt lide matematik, nogen kan ikke lide det, og nogen er lige glade. Hvem kan lide matematik, en lille smule, og en stor smule. Hvem er lige glade? Hvem kan ikke lide matematik en lille smule? og en stor smule?

Matematik, det er jo noget med tal og regnearter, som vi kan se på denne lommeregner. Og hvad bruger vi dem til? På hænderne har vi mange fingre. Og for at holde styr på, hvor mange der er, kan vi tælle og regne, når vi møder mange, enten i tid som mange timer eller mange dage, eller i rum som mange fingre, eller mange vinduer.

Så matematik fortæller om Mange på en særlig måde, som ikke alle bryder sig om. Hvorfor gør den så det? Det har den berømte tyske sociolog Weber en forklaring på. Hans siger, at matematikken har spærret Mange inde i et jernbur, så Mange ikke kan komme ud. Han siger også, at matematikken har af-fortryllet Mange.

Senere har andre tænkere tænkt videre og forsøgt at få, ikke kun Mange, men hele verden ud af sit jernbur, der består af fastlåste ord og tal. I de sidste 50 år har den såkaldte postmoderne tænkning forsøgt, og i dag er woke tænkning så kommet til.

Så vi skal nu møde postmoderne woke matematik, som kan lukke Mange ud af sit jernebur, så Mange kan blive genfortryllet. Men hvor finder vi nøglen?

Et sted, som ingen tænker på at lede. Det er såmænd en 3årig, der giver os den. Altså en person, som endnu ikke oplevet Mange af-fortryllet spærret inde i et jernbur.

Vi spørger den 3årige ”Hvor gammel bliver du næste gang?” Svaret kommer straks: ”Fire, med fire fingre i vejret” Efterfulgt af en protest, hvis jeg viser fire fingre holdt sammen to og to. ”Det der, det er ikke fire, det er to toere”.

Og så er det tid til at møde den filosofi, der hedder eksistentialisme. Den blev født her oppe i Nørregade af den daske filosof Kierkegaard. Og derfra bredte den sig til Tyskland og til Frankrig.

Den siger, at det, det eksisterer, er vigtigere end det, vi siger om det, som kan være sladder, altså et slags jernbur, vi sætter det eksisterende ind i. Eksistens går altså forud for essens. At sige ”Peter er høj” er en doms-sætning med et dømmende er. Peter er Grundledet, og høj er dommen, domsordet, også kaldet omsagnsled til grundled, eller prædikat. Så det, eksistentialisterne siger, er altså: I en domssætning, stol på grundledet, men ikke på domsordet. Så det vil vi nu gøre.

Den 3årige ser verden som den er, før den bliver af-fortryllet af for mange ord og tal. Den 3årige kan se eksistensen, før den bliver indsat i et essens-bur af jern.

Den 3årige ser det, der eksisterer i rum, nemlig bundter af 2ere, som optalt i tiden bliver til to.

Og når den 3årige siger ”det er 2 2ere”, så er det en sætning med både grundled, det, og udsagnsled, er, og domsord 2 2ere. Så i tale-sproget og tal-sproget er sætningerne altså ens. ”Totalen er 2 toere, som forkortes til $T = 2 \text{ gange } 2$. Noget som matematikken senere kalder en funktion.

Barnet bruger altså bundt-tal med enheder, hvor fx 3 par og 1 er 7, og 3 3re og 1 er 10. Så 3 og 1 kan altså omtrylles til meget forskelligt.

Men skolen bruger kun linjetal uden enheder, hvor $1 + 3$ er 4 altid og det er denne af-fortryllede matematik, som jeg kalder matematisme. Matematisme er altid sand inden for skolen, men sjældent uden for, hvor fx 1 uge + 3 dage ikke er 4, men ti dage.

Så nu forlader vi skolens af-fortryllede matematisme, og bruger barnets bundttal med enheder som nøgle til at lukke Mange ud af sit jernebur, ud af sit essens-bur, så vi kan møde Mange på de forskellige måder, som Mange kan være, og ikke kun som Mange er tvunget til at være.

Lad os bruge vore fingre. Her har vi da et eksempel på Mange.

Øv, det er for let, der er jo fem på hver hånd og ti i alt!

Ja, inde i jernburet, med udenfor vil vi nu se, at fingrene også kan være meget andet.

Så lad os sammen tage på en gen-fortryllende rejse, hvor vi møder Mange, totalen, på flere forskellige måder.

TÆLLE I RUM

Lad os begynde med standard-fortællingen om vore fingre "Vi har ti fingre."

Lad os nu spørge "Ja, men hvor mange 5ere, 4ere, 3ere og 2ere har vi?"

Vi tæller og bundter først i 5ere. Totalen er her 0 bundt ti, her 1 bundt 5 altså 1-5 eller 15 femmere, her 2 bundt nul, altså 2-0 5ere, altså 20 5ere.

Vi tæller og bundter nu i 4ere. Totalen er 0 bundt ti, her 1 bundt 6 altså 1-6 eller 16 4ere, som dog er et overlæs, her 2 bundt 2, altså 2-2 4ere eller 22 4ere. Her er der næsten 3B på nær 2, altså 3B-2 4ere, som dog er et underlæs med et negativt mangel-tal. Vi siger altså her goddag til både overlæs og underlæs og negative tal

Vi tæller og bundter nu i 3ere. Totalen er 0 bundt ti, her 1 bundt 7 altså 1-7 eller 17 3ere, her 2 bundt 4, altså 2-4 3ere eller 24 3ere. Her er 3B og 1, altså 3B1 3ere. Her er næsten 4 bundter på nær 2, altså $T = 4B - 2$ 3ere. Men stop. Vi har jo 3 bundter, altså et bundt bundter og en, så vi har 1BB 0 B 1 3ere, eller 101 3ere.

Vi tæller og bundter nu i 2ere. Første tæller vi en hånd i 2ere. Vi har 0B5, 1B3, 2B1, 3B-1. Men stop, 2 B er jo 1 bundt-bundter, så vi har fem som 1 BB 0B og 1, altså som 101 2ere. Med to hænder har vi to gange så mange, altså en ekstra bundtning: ti er her 1BBB 0BB 1B 0, eller 1010 2ere. Sådan tæller en elektronhjerne, en computer, for her er 0 sluk og 1 er tænd.

Vi mennesker tæller og bundter i tiere, undtagen os danskere, vi tæller i snese, tyvere, tvende tiere sagde vikingerne, og englænderne siger stadig twen-ti.

Når vi tæller i tiere, har vi så også bundt-bundter, altså bundt i anden? Og har vi også bundt-bundt-bundter altså bundt i 3?

Det har vi da, her en 100 det samme som 1 Bundt-Bundt og 0 Bundter og 0 1ere. Og 1000 er 1 Bundt i tredje, og ikke mere. Så Bundt i anden er 100, og Bundt i første er 10, og Bundt i 0te er 1.

Så når vi skriver $T = 567$ mener vi 5 hundrede 6 ti og 7, der kan genfortrylles som $5BB + 6B + 7$, eller 5Bundt i anden + $6B + 7$, noget man i 10. klasse af-fortryller og kalder et polynomium af anden grad.

TÆLLE I TID

Lad os nu prøve at tælle fingrene i tid, en efter en. Normalt sige vi 0, 1, 2, ..., ti. Men nu vi skal huske enhederne, bundterne.

Lad os tælle fingeren i 5ere: 0Bundt1, 0B2, 0B3, 0B4, 0B5 eller 1 Bundt 0,

Vi fortsætter, 1B1, 1B2, 1B3, 1B4, 1B5 eller 2B0, altså 2-0 5ere, tyve femmere.

Så i 4ere, så i 3ere, og til sidst i 2ere

CIFRE SOM IKONER

Lad os nu se på cifrene. Og se, om de kan genfortrylles som billeder, ikoner.

Her har vi 1, så 2, så 3, så 4, ..., så 9. Det ser ud som om, cifre er ikoner med de antal streger, som de beskriver, hvis vi skriver dem mindre sjusket.

REGNINGARTER SOM IKONER

Vi optæller 8 i 2ere ved at skubbe 2ere væk med en hånd, som vi viser som en skråstreg, kaldet division. Så $8 / 2$ betyder altså fra "8 skub væk 2ere", eller 8 optalt i 2ere". Og en lommeregner forudsiger, at det kan vi gøre 4 gange, da 8 divideret med 2 er 4.

Vi kan også gøre det modsatte, vi kan 4 gange samle 2ere og stakke dem oven på hinanden med en lift. Så 4×2 betyder altså "4 gange løft 2ere". Og en lommeregner forudsiger, at det giver en total på 8, da 4 gange 2 er 8.

Vi må hellere se, om der er nogen tilbage, der ikke blev bundtet, så vi trækker lige stakken væk med et reb, som vi kalder minus.

Så hvor division er væk-skubning, er minus væk-trækning.

Skal vi optælle 9 i 2ere, siger vi "Fra 9 skub væk 4 2ere", og så er der 1 tilbage. Og igen forudsiger lommeregneren resultatet, $9 - 4 \times 2 = 1$.

Ubundtede lægger vi oven på stakken. Så nu har vi 9 som 4B1 2ere, eller 4,1 2ere, så her er 1 blevet til et decimaltal. Men vi kunne jo også optælle 1 i 2ere, altså som $\frac{1}{2}$, og så bliver 1 til en brøk.

Men vi har jo næsten 5 bundter, så vi kan også se 9 som 5B på nær 1, eller 5B minus 1 toere.

Så ubundtede møder vi på tre forskellige måder, som decimaltal, som brøker eller som negative tal.

OMTÆLLING MELLEM CIFFER-BUNDTER

Når vi bruger enheder, skal vi også kunne skifte enhed ved omtælling.

Jeg har 3 4ere, hvor mange 5ere er det? Hvad forudsiger lommeregneren?

Ja, den siger 3 gange har jeg 4, og det tæller jeg så op i 5ere, og får 2 gange og noget mere.

For at se, hvad det er, spørger jeg lommeregneren "Fra 3×4 træk væk 2×5 " og den forudsiger 2.

Så 3 4ere er det samme som 2Bundt 2 5ere.

Det kan jeg også se på en kugleramme.

OMTÆLLING FRA CIFFER-BUNDTER TIL TI-BUNDTER

Jeg har 3 4ere, hvor mange tiere har jeg?

Jeg kan se på kuglerammen, at 3 4ere er 1Bundt 2 tiere.

Jeg kan også spørge lommeregneren, "Fra 3×4 skub tiere væk". Men hov, den har ingen ti-knap. Nå det behøver jeg heller ikke, for den siger med det samme 12 altså 1B2 tiere. Underligt, den undlader enheden og flytter kommaet en plads. Så vi skal lige vende sig til, at lommeregnere er dovne. Men fint nok, for så er det nemt at omtælle fra ciffer-bundter til ti-bundter

Det er klart, at når jeg har 3 4ere, der skal omtælles til tiere, så skal jeg strække bundtet fra 4 til ti, og så har jeg ikke så mange, så højden på stakken aftager.

Omvendt, hvis jeg har 3 20erer, det skal presses sammen til tiere, så vil stakkens højde vokse.

Hvor mange tiere kan 3 20ere sammenpresses til? $3 \times 20 / 10$, altså 6 tiere, altså dobbelt højde.

Og hvad nu hvis jeg havde 13 24ere, hvor mange tiere kan de presse sammen til? $13 \times 24 / 10 = 31,2$ tiere, altså 31B2 tiere.

TABEL-BRÆDT

Nu vil vi gerne omregne 6 7ere i tiere. Kan vi 7-tabellen, ved vi, at svaret er 42, altså 4B2 tiere.

Kan vi ikke 7-tabellen, kan finde svaret på et 10x10 tabel-bræt, hvor vi omtæller 6 og 7 med underlæs, så 6 er 1B på nær 4, og 7 er 1B på nær 3.

Vi ser så, at for at få de 6 7ere, skal vi begynde med 10 bundter og så trække væk de 3 lodrette bundter og bagefter de 4 vandrette bundter, så vi er nede på 3 bundter. Men så skal vi lægge hjørnet til, da det er trukket fra to gange, så 6 7ere er $3B + 1B2$ altså $4B2$ eller 42. Her så vi, at minus gange minus naturligvis giver plus.

OMTÆLLING FRA TI-BUNDTER TIL CIFFER-BUNDTER

Jeg har 28, men hvor mange 7ere er det?

Svaret fås ved at optælle 28 i 7ere som $28/7 = 4$, så 28 eller 2B8 tiere er det samme som 4B0 7ere.

Men jeg kan også bruge bogstavet u som pladsholder for det ukendte tal, altså u for ukendt.

Så i stedet for at sige "Hvor mange 7ere er der i 28?", kan jeg sige "u gange 7 er 28", og det kaldes så en ligning, fordi u gang 7 og 28 skal være lig med hinanden. Svaret finder jeg så ved at flytte det kendte tal 7 over på den anden side af lighedstegnet med det modsatte regnetegn, altså så 7 skifter regnetegn fra gange til det modsatte, division.

Og sådan løses alle ligninger, vi flytter de kendte tal over på modsat side med modsat regnetegn.

OMTÆLLINGSLIGNINGEN

Lad os lige igen optælle 8 i 2ere ved fra 8 at skubbe 2ere væk. Det kan vi gøre 4 gange, da $8/2 = 4$.

Så vi kan skrive $8 = 4 \times 2$, men de 4 er $8/2$, kan vi også skrive $8 = 8/2 \times 2$, eller med bogstaver i stedet for tal som pladsholdere for ukendte tal, $T = (T/B) \times B$, som siger, at en total T indeholder B T/B gange.

Denne omtællings-fortælling vil vi kalde en omtællings-formel, og det er nok den vigtigste formel eller fortælling i matematikken. Som dog giver omtællings-formlen andre navne, først proportionalitet, så linearitet, så homomorfi.

Vi bruger den hver gang vi skifter enheder.

Når vi køber æbler, kan de både tælles op i kilo og i kroner, og prisen angives som et per-tal, fx 5kr per 4kg. Jamen hvad koster så 12 kg? Vi ved noget om 4 kg, så vi om tæller bare 12 i per-tallet som $12/4$ 4ere, der så er det samme som $12/4$ gange 5kr, altså 15 kr

Og hvor meget kan jeg købe for 20 kr? ja jeg ved noget 5 kr, så igen omtæller jeg bare i per-tallet.

20 er $20/5$ 5ere, altså $20/5$ gange 4kg, altså 16 kg.

Vi kan også tælle om mellem forskellige møntenhed fx fra kroner til euro, hvor per-tallet er tæt på 15 kroner per 2 euro.

På en flise vil diagonalen danne en vinkel med bunden. For at finde vinklen, kan vi måske måle den med en vinkelmåler, men det er nemmere at omtælle højden i bunden, $\text{højde} = \text{højde divideret med bund gange bund}$, og dette per-tal, $\text{højde divideret med bund}$, kaldes tangens-tallet, som en lommeregner kan forudsige.

OPSAMLING AF STYKTAL

Når vi møder Mange, stiller vi to spørgsmål: "Hvor mange her?" Og "Hvor mange i alt?"

Vi svarer på spørgsmålet "Hvor mange her?" ved at optælle i en enhed og eventuelt at omtælle til en anden enhed, og ved at bruge en lommeregner til at forudsige svaret.

Og for at tælle op og tælle om bruger vi først division, så gange og så minus. Vi bruger altså ikke plus før vi har optalt eller omtalt totalerne. Først da kan vi svare på spørgsmålet "Hvor mange i alt?" Så vi skal nu se, hvordan vi forener totaler.

Her har vi 3 2ere og 1 4er, hvor mange er det i alt? Men hvordan skal totalerne forenes, lodret oven på hinanden, eller vandret ved siden af hinanden?

Lodret kan de kun samles, hvis enhederne er ens, så enten skal 2erne omtælles til 4ere, eller modsat, eller begge skal omtælle til en fælles enhed fx tiere, og derefter omtælles til den ønskede enhed.

Men vi kan også samle dem vandret ved siden af hinanden som 6ere, og så er det jo to arealer, vi samler eller integrerer, så det kaldes integral-regning, hvor vi ganger før vi plusser.

Det modsatte kaldes så differential-regning, hvor vi minusser før vi dividerer.

Vi kan fx spørge ”3 2ere plus hvor mange 4ere giver i alt 4 6ere?”

Vi ser, at vi først trækker de 3 2ere væk, før vi optæller resten i 4ere ved division.

OPSAMLING AF PER-TAL

Vi skal nu prøve at opsamle per-tal, som vi fx gør, hvis vi blander to slags the.

Vi spørger ”2kg á 3 kr/kg + 4 kg á 5 kr/kg giver hvad?”

Ja, styktallene 2kg og 4kg kan vi plusse direkte til 6kg. Men det kan vi ikke med per-tallene, for 3 kr/kg plus 5 kr/kg er ikke 8 kr/kg, men noget imellem de to. Hvad gør vi?

Åh, vi kan jo opgange per-tallene til styktal, 3kr/kg gange 2 kg er 6 kr, og 5kr/kg gange 4 giver 20kr, i alt 26 kr. Så 3 kr/kg plus 5 kr/kg giver 26 kr per 6kg.

Men i samme øjeblik vi ganger, laver vi jo arealer, så per-tal plusses åbenbart som arealer, altså som integralregning.

Men hvad nu hvis per-tallene var ens? Hvad er fx 10% + 10% 5 gange i banken?

Ja, når vi vokser med 10% bliver vi 110% gange så stor, og det bliver vi så fem gange.

Og når vi ganger 110% med sig selv fem gange, kan lommeregneren forudsiger svaret med sin potensknop, som vi jo mødte første gang ved BUNDT-BUNDT-BUNDT, som er BUNDT i tredje.

Svaret giver 161%. Så 10% 5 gange giver altså 50% i rente plus 11% i ekstra rentes rente.

KONKLUSION

Så vi har nu genfortryllet matematikken, og set, hvor let matematik er, hvis den genfortrylles. Så her slutter så vores tur gennem en genfortryllet postmoderne woke-matematik.

I kan læse om det i min bog, som vises på standen MidSummer.dk. Og dette foredrag bliver lagt ind som en video med figurer på YouTube sidst i denne måned.

Til sidst et kort sammendrag:

MANGE-MATIK BRUGER BUNDT-TAL MED ENHEDER

Der findes to slags tal i verden, styk-tal og per-tal, som kan være uens eller ens, og som skal opsamles eller opdeles.

- 3 kroner og 2 kroner er uens styktal, og her forudsiger regnestykket $3+2 = 5$ resultatet af at samle dem.
- 3 gange 2 kroner er ens styktal, og her forudsiger regnestykket $3 \times 2 = 6$ resultatet af at samle dem.
- 3 gange 2% er ens per-tal og her gir regnestykket $102\%^3 = 106,12\%$ resultatet af at samle dem til 6% og 0,12% ekstra i ’rentes-rente’.

- Uens per-tal findes fx i blandinger som 2kg a 3kr/kg og 4 kg a 5kr/kg. Her kan styktallene 2 og 4 samles direkte, medens per-tallene 3 og 5 først skal opganges til styktal, før de kan samles som arealer, også kaldet at integrere, hvor gange kommer før plus:

2 kg til 2×3 kr + 4 kg til 4×5 kr = 6 kg til 26 kr, altså 6 kg a $26/6$ kr/kg.

Opsamling af Opdeling i	Uens	Ens
Styk-tal kr, kg, s	$T = a+b$ $T - b = a$	$T = a \times b$ $T/b = a$
Per-tal kr/kg, kr/100kr = %	$T = \int f \, dx$ $dT/dx = f$	$T = a^b$ $b\sqrt[T]{T} = a$ $\log_a(T) = b$