Matematik er bare så let

Allan Tarp, MATHeCADEMY.net, oktober 2022

Matematik er let, utrolig let, næsten for let. Så hvorfor er det så så svært i skolen? Måske fordi der findes to slags matematik, mange-matik og matema-tisme, der mener, at matematik kommer efter eller før sin brug.

01. MANGE-MATIK BRUGER BUNDT-TAL MED ENHEDER

Der findes to slags tal i verden, styk-tal og per-tal, som kan være uens eller ens, og som skal opsamles eller opdeles.

3 kroner og 2 kroner er uens styktal, og her forudsiger regnestykket 3+2 = 5 resultatet af at samle dem.

3 gange 2 kroner er ens styktal, og her forudsiger regnestykket 3*2 = 6 resultatet af at samle dem.

3 gange 2% er ens per-tal, og her giver regnestykket 102%^3 = 106,12% resultatet af at samle dem til 6% og 0,12% ekstra i 'rentes-rente'.

Opsamling af *Opdeling i*	**Uens**	**Ens**
Styk-tal kr, kg, s	**T = a+b** *T- b = a*	**T = a*b** *T/b = a*
Per-tal kr/kg, kr/100kr = %	**T = ∫ f dx** *dT/dx = f*	**T = a^b** *b√T = a* *loga(T) = b*

Uens per-tal findes fx i blandinger som 2kg a 3kr/kg og 4 kg a 5kr/kg. Her kan styktallene 2 og 4 samles direkte, medens per-tallene 3 og 5 først skal opganges til styktal, før de kan samles som arealer, også kaldet at integrere, hvor gange kommer før plus:

2 kg til 2*3 kr + 4 kg til 4*5 kr = 6 kg til 26 kr, altså 6 kg a 26/6 kr/kg.

CIFRE ER IKONER

Et ciffer er en ikon med det antal streger, det repræsenterer, hvis det skrives mindre sjusket: fire streger i fire-tallet, osv.

BUNDT-TÆLLING

Totaler optælles i bundter. 5 fingre optælles som '1 Bundt 2' 3erer, kort skrevet som '1B2' 3ere, eller blot '12' 3ere.

Og ti fingre optælles som '3B1' 3ere, eller '1BundtBundt 0Bundt 1' 3ere, eller '1BB 0B 1 3ere, eller blot '101' 3ere.

Optælling af 5 i 2ere kan ske på tre måder: normalt, eller med over- eller under-læs

5 = 2B1 = 1B3 = 3B-1 2ere.

REGNEARTER ER IKONER

Bort-skubning af 2ere ved omtælling af 8 kan ikoniseres af en kost kaldet division, 8/2.

Op-stakning af 2ere 4 gange kan ikoniseres af en lift kaldet gange, 4 x 2.

Bort-trækning af en stak for at finde ubundtede kan ikoniseres af et reb kaldet minus, 9 – 4x2 = 1.

Placeret oven på stakken bliver ubundtede til en decimal, et negativt tal eller en brøk:

9 = 4B1 = 5B-1 = 4 1/2 2ere med B for Bundt

Op-samling af stakke kan ikoniseres af et kryds kaldet plus, +, der viser, at de kan samles både vandret og lodret.

OPDELING

Det modsatte af opsamling er opdeling, der forudsiges af tilbageregning eller ligningsregning, hvor vi bruger bogstavet u for det ukendte tal.

I tilbageregningen (ligningen) 'u + 2 = 5' spørger vi "Hvad er det, der samlet med 2 giver 5?". Svaret fås naturligvis ved den modsatte proces, ikke ved at opsamle 2, men ved nu at trække de 2 væk fra 5 med minus, u = 5 – 2. Det ukendte tal findes altså ved at flytte det kendte tal til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen u*2 = 6 spørger vi "Hvor mange 2ere er der i 6?". Svaret fås naturligvis ved at optælle 6 i 2ere, u = 6/2. Altså igen ved den modsatte proces, ikke ved at samle 2ere sammen, men ved at skubbe 2ere væk. Så igen ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen $2^u = 8$ spørger vi ”Hvor mange gangetal 2 er der i 8?”. Svaret fås naturligvis af gangetals-tælleren logaritme, $u = \log2(8)$. Altså igen ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen $u^3 = 8$ spørger vi ”Hvilket gangetal er der 3 af i 8?”. Svaret fås naturligvis af gangetals-finderen rod, $u = 3\sqrt{8}$. Altså igen ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen $2*3 + u*5 = 4*8$ spørger vi ”2 3ere plus hvor mange 5ere giver 4 8ere?” Svaret fås igen ved den modsatte proces, dvs. ved at fjerne de 2 3ere og så optælle resten i 5ere, også kaldet at differentiere, hvor minus kommer før division, altså det modsatte af at integrere.

OPTÆLLING OG OMTÆLLING

En total T optælles i en enhed, fx T = 3 4ere, eller T = 3x4. Dette kaldes en tal-fortælling med et grundled T, et udsagnsled, =, og et prædikat, 3x4. T = 345 har vi udeladt enhederne, T = 3BB4B5, hvor bundtet B = ti.

Omtælling kan forudsiges af en omtællings-formel, der bruges til at skifte enheder:

8 = (8/2)x2, eller $T = (T/B)xB$, med bogstaver for ubestemte tal.

En varemængde kan optælles i både kg og kroner forbundet af et per-tal, prisen, fx 4kr per 5 kg, eller 4kr/5kg.

Vi skifter da enhed ved at omtælle i per-tallet.

Spørgsmål: 20kg = ? kr. Svar: 20kg = (20/5) x 5kg = (20/5) x 4kr = 16kr. Tilsvarende med 20kr = ? kg.

En bevægelse kan optælles i både meter og sekunder forbundet af et per-tal, farten, meter/sekund.

På en flise med en bund, en højde og en diagonal, kan højden omtælles i bunden som

Højde = (højde/bund) x bund = tangens-vinkel x bund

Med en højde på 3 og en bund på 2 fås så 3 = (3/2) x 2, eller tangens-vinkel = 3/2 = 1.5. Måles vinklen fås 56 grader. Så ved 56 grader er højden 1.5 bunde. Tilsvarende med de andre vinkler op til 90. Vi kan således bruge en lineal som vinkelmåler.

Da en cirkel kan opdeles i mange små højder kan vi beregne tallet pi som ’$pi = n*\tan(180/n)$’ for n stor.

På flisen plusses siderne til diagonalen som kvadrater, bund^2 + højde^2 = diagonal^2

PLUSNING, MEN VANDRET ELLER LODRET?

Når totaler er optalt og eventuelt omtalt, kan de plusses, men vandret eller lodret?

Ved vandret plusning spørges fx ’T = 2 3ere + 4 5ere = ? 8ere’. Omtællings-formlen forudsiger, at ’T/8 = 3.noget’, og ’noget = T – 3x8 = 2’, så ’T = 3B2’ 8ere.

Ved lodret plusning skal omtælling først gøre enhederne ens, fx 3ere, 5ere eller tiere. Herefter vil omtællings-formlen forudsige, fx at ’T/3 = 8.noget’, og ’noget = T – 3x8 = 2’, så ’T = 8B2’ 3ere.

Ved plusning af per-tal bliver de til arealer, når de opganges til styktal, og plusses derfor som arealet under deres kurve.

TOTALER I TID OG RUM, VÆKST OG STATISTIK

I tid vokser en total ved at plusses eller ganges med et tal, kaldes plus-vækst og gange-vækst, eller lineær og eksponentiel vækst.

Plusvækst: Sluttal = Begyndelsestal + enkeltvækst-tal * vækstgange, eller kort, $T = B + a*n$

Gangevækst: Sluttal = Begyndelsestal * enkeltvækst-faktor ^ vækstgange, eller kort, $T = B * a^n$.

Plus&gange-vækst (opsparing i en bank): $A/a = R/r$, hvor A er slut-kroner, a = periode-kroner, R = slut-rente, r = periode-rente, og $1+R = (1+r)^n$, hvor n er antal perioder.

Hvis vækst-tallet ændrer sig konstant fås kvadratisk vækst med en parabel-kurve med krumning.

Hvis krumningen ændrer sig konstant fås kubisk vækst med en dobbelt-parabel med krumning og mod-krumning. Hvis vækst-faktoren ændrer sig konstant fås logistisk mætnings-vækst med en bakke-kurve som ved infektioner.

I rum opdeles en total i flere deltotaler, der kan eller kunne være lige så store som deres gennemsnit, hvor spredningen så fortæller, hvor langt væk fra gennemsnittet de i gennemsnit ligger. Men gennemsnit har kun mening, hvis de kunne være lige store.

02. MATE-MATISME BRUGER LINIETAL UDEN ENHEDER

Mange-matik med enheder har den konkrete eksistens 'mange' som grundlag, og bygger på bundt-tal med enheder, og skelner mellem styk-tal og per-tal.

Mængde-matematik uden enheder har det abstrakte essens 'mængde' som grundlag, og anerkender ikke per-tal, men bygger på linjetal uden enheder, der bliver til 'matematisme', altid sandt indenfor med sjældent udenfor klassen, ved at påstå, at 3+1 = 4 til trods for, at 3 par + 1 = 7.

At mængder fører til et selv-reference paradox negligeres: Mængden af mængder der ikke tilhører sig selv, tilhører den sig selv eller ikke? Svarende til at spørge: "Denne sætning er usand", er den sand eller usand?

Her er cifre og regnetegn symboler ligesom bogstaver. Flercifrede tal siges at følge et positionssystem, men ti kaldes ikke bundt, hundrede ikke bundt-bundt, osv. Negative tal tillades ikke på en position.

Opsamling sker med de samme regnearter, dog præsenteres de ikke samtidig, men i rækkefølgen plus, minus, gange og division.

3+1 = 4 fremstilles som at 3+1 og 4 er forskellige tal-navne for det samme. Altså ikke som en optælling af en total, T = 3+1 = 4. Dvs. både grundled og udsagnsled udelades. Der angives kun en ækvivalens mellem tal-navne. Overlæs og underlæs accepters ikke, i stedet bruges mente og lån.

Er 2+3*4 = 20 eller14? Det afgøres ved den definition, der kaldes regnehierarkiet? Til trods for, at T = 2+3*4 = 2 1ere + 3 4ere, der kun kan omtælles til 1B4 tiere eller 14.

6*7 angives som et andet talnavn for 42, til trods for, at 6*7 er 6 7ere, der eventuelt kan omtælles til tiere som 4B2 tiere eller 4.2*10 eller 42.

8/2 er 8 delt i 2 4-bundter, i stedt for 8 optalt i 4 2-bundter.

Den lille tabel skal æres udenad, 6*7 = 42 i stedet for at skrive begge med underlæs for at lære tidlig algebra, 6*7 = (B-4)*(B-3) = 10B -4B -3B + 4*3, da de 4 3ere trækkes væk to gange.

Bogstavregning og reduktionsopgaver som 2*ab* + 3*bc* = (2*a*+3*c*)**b* fremstilles som anvendelse af den distributive lov, hvor tal kan flyttes ind eller ud af parenteser.

Altså ikke ved hjælp af enheder: Antal *b*'ere er 2*a* + 3*c*, så *T* = 2*a*+3*c* *b*'ere = (2*a*+3*c*)**b*.

Division fører videre til brøker, decimaler og procent. Også brøker behandles uden enheder: 1/2 + 2/3 = 7/6, til trods for at ½ af 2æbler + 2/3 af 3 æbler er 3/5 af 5 æbler, og naturligvis ikke 7 æbler af 6.

Proportionalitetsopgaver løses ved at gå over enheden.

Negative tal indføres som selvstændige tal, hvor minus gange minus defineres til at være plus.

Opdeling kaldes løsning af en ligning med to tal-navne, hvis ækvivalens udtrykkes i et udsagn, der bevarer sin sandhedsværdi ved operationer udført på begge tal-navne samtidig. Ved omformning af et tal-navn benyttes tre love, en kommunikativ og en associativ og en distributiv lov. Andengradsligningen udskydes til 10. klasse.

$2*x = 8; (2*x)*½ = 8*½; (x*2)*½ = 4; x*(2*½) = 4; x*1 = 4; x = 4$

Formler fra geometrien fører til funktionsbegrebet. Før mængdematematikken definerede Euler en funktion som et regnestykke med tal og bogstaver. I mængdematematikken defineres en funktion som en delmængde af et mængdeprodukt hvor første-komponent identitet medfører anden-komponent identitet.

En lineær funktion defineres så som et eksempel på en homomorfi.

I geometrien behandles plangeometrien og koordinatgeometrien før trigonometrien.

I calculus behandles differentialregning før integralregning på trods af at omverdenen har brug for integralregning til at plusse per-tal med, og af at differencer bare er en hurtig måde til at opsummere tal.

Derudover indfører matematisme 8 såkaldte matematik-kompetencer, hvor mange-matematik kun har 2: tæl og regn i rum og tid.

Matematismen har store problemer med at anvendes til modellering, og skelner ikke mellem faktiske og fiktive modeller, begge siges at være tilnærmelser. Mange-matematikken bruger formler fra begyndelsen og har derfor ikke problemer med modellering, da den ser sig som et tal-sprog parallelt til tale-sproget, begge med en grammatik og med tre genrer: fakta, fiktion og fup.